Контрольная работа № 1

Вариант I

1. Вычислить:

1) $\dfrac{\sqrt[3]{9}\cdot 3^5}{15^0\cdot 27^2\cdot 3^{-\frac{1}{3}}}$; 2) $\left(\sqrt[3]{2\sqrt{16}}\right)^2$.

2. Известно, что $12^x = 3$. Найти 12^{2x-1}.

3. Выполнить действия ($a > 0$, $b > 0$):

1) $a^{4+\sqrt{5}}\cdot\left(\dfrac{1}{a^{\sqrt{5}-1}}\right)^{\sqrt{5}+1}$; 2) $\dfrac{\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{ab}}{\sqrt[3]{a}}-\sqrt[3]{b}$.

4. Сравнить числа:

1) $\left(\dfrac{2}{7}\right)^{\frac{3}{7}}$ и $\left(\dfrac{2}{7}\right)^{\frac{5}{7}}$; 2) $(4{,}2)^{\sqrt{7}}$ и $\left(4\dfrac{2}{5}\right)^{\sqrt{7}}$.

---

5. Записать бесконечную периодическую десятичную дробь 0,2(7) в виде обыкновенной.

6. Упростить $\left(\dfrac{a^{\frac{1}{2}}+2}{a+2a^{\frac{1}{2}}+1}-\dfrac{a^{\frac{1}{2}}-2}{a-1}\right)\cdot\dfrac{a^{\frac{1}{2}}+1}{a^{\frac{1}{2}}}$ при $a > 0$, $a \neq 1$.

Вариант II

1. Вычислить:

1) $\dfrac{2^9\cdot\sqrt[5]{16}\cdot 8^0}{4^4\cdot 2^{-\frac{1}{5}}}$; 2) $\left(\sqrt[3]{3\sqrt{81}}\right)^2$.

2. Известно, что $8^x = 5$. Найти 8^{-x+2}.

3. Выполнить действия ($a > 0$, $b > 0$):

1) $\left(a^{\sqrt{3}+1}\right)^{\sqrt{3}}\cdot\dfrac{1}{a^{\sqrt{3}}}$; 2) $\dfrac{\sqrt[5]{ab}-\sqrt[5]{b}}{\sqrt[5]{b}}-\sqrt[5]{a}$.

4. Сравнить числа:

1) $(0{,}7)^{-\frac{3}{8}}$ и $(0{,}7)^{-\frac{5}{8}}$; 2) $(\pi)^{\sqrt{3}}$ и $(3{,}14)^{\sqrt{3}}$.

---

5. Записать бесконечную периодическую десятичную дробь 0,3(1) в виде обыкновенной.

6. Упростить $\left(\dfrac{x-y}{x^{\frac{3}{4}}+x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{4}}}-\dfrac{x^{\frac{1}{2}}-y^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{1}{4}}+y^{\frac{1}{4}}}\right)\left(\dfrac{y}{x}\right)^{-\frac{1}{2}}$ при $x > 0$, $y > 0$.

Контрольная работа № 2

Вариант I

1. Найти область определения функции

$$y = \sqrt[4]{4 - x^2}.$$

2. Изобразить эскиз графика функции $y = x^{-5}$.

1) Выяснить, на каких промежутках функция убывает.

2) Сравнить числа:

$$\left(\frac{1}{7}\right)^{-5} \text{ и } 1; \quad (3{,}2)^{-5} \text{ и } (3\sqrt{2})^{-5}.$$

3. Решить уравнение:

1) $\sqrt{1 - x} = 3$; 2) $\sqrt{x + 2} = \sqrt{3 - x}$; 3) $\sqrt{1 - x} = x + 1$;

4) $\sqrt{2x + 5} - \sqrt{x + 6} = 1$.

4. Найти функцию, обратную к функции

$$y = (x - 8)^{-1},$$

указать её область определения и множество значений.

5. Решить неравенство $\sqrt{x + 8} > x + 2$.

Вариант II

1. Найти область определения функции

$$y = (x^2 - 9)^{-\frac{1}{3}}.$$

2. Изобразить эскиз графика функции $y = x^{-6}$.

1) Выяснить, на каких промежутках функция возрастает.

2) Сравнить числа:

$$(4{,}2)^{-6} \text{ и } 1; \quad \left(\frac{1}{3}\right)^{-6} \text{ и } \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{-6}.$$

3. Решить уравнение:

1) $\sqrt{x - 2} = 4$; 2) $\sqrt{5 - x} = \sqrt{x - 2}$; 3) $\sqrt{x + 1} = 1 - x$;

4) $\sqrt{3x + 1} - \sqrt{x + 8} = 1$.

4. Найти функцию, обратную к функции

$$y = 2(x + 6)^{-1},$$

указать её область определения и множество значений.

5. Решить неравенство $\sqrt{x - 3} < x - 5$.

Контрольная работа № 3

Вариант I

1. Решить уравнение:

1) $\left(\frac{1}{5}\right)^{2-3x} = 25;$ 2) $4^x + 2^x - 20 = 0.$

2. Решить неравенство $\left(\frac{3}{4}\right)^x > 1\frac{1}{3}.$

3. Решить систему уравнений $\begin{cases} x - y = 4, \\ 5^{x+y} = 25. \end{cases}$

---

4. Решить неравенство:

1) $(\sqrt{5})^{x-6} < \frac{1}{5};$ 2) $\left(\frac{2}{13}\right)^{x^2-1} \geqslant 1.$

5. Решить уравнение $7^{x+1} + 3 \cdot 7^x = 2^{x+5} + 3 \cdot 2^x.$

Вариант II

1. Решить уравнение:

1) $0{,}1^{2x-3} = 10;$ 2) $9^x - 7 \cdot 3^x - 18 = 0.$

2. Решить неравенство $\left(1\frac{1}{5}\right)^x < \frac{5}{6}.$

3. Решить систему уравнений $\begin{cases} x + y = -2, \\ 6^{x+5y} = 36. \end{cases}$

---

4. Решить неравенство:

1) $(\sqrt[3]{3})^{x+6} > \frac{1}{9};$ 2) $\left(1\frac{2}{7}\right)^{x^2-4} \leqslant 1.$

5. Решить уравнение $3^{x+3} + 3^x = 5 \cdot 2^{x+4} - 17 \cdot 2^x.$

Контрольная работа № 4

Вариант I

1. Вычислить:

   1) $\log_{\frac{1}{2}} 16$; 2) $5^{1+\log_5 3}$; 3) $\log_3 135 - \log_3 20 + 2\log_3 6$.

2. В одной системе координат схематически построить графики функций $y = \log_{\frac{1}{4}} x$ и $y = \left(\frac{1}{4}\right)^x$.

3. Сравнить числа $\log_{\frac{1}{2}} \frac{3}{4}$ и $\log_{\frac{1}{2}} \frac{4}{5}$.

4. Решить уравнение $\log_5(2x - 1) = 2$.

5. Решить неравенство $\log_{\frac{1}{3}}(x - 5) > 1$.

---

6. Решить уравнение $\log_2(x - 2) + \log_2 x = 3$.

7. Решить уравнение $\log_8 x + \log_{\sqrt{2}} x = 14$.

8. Решить неравенство $\log_3^2 x - 2\log_3 x \leqslant 3$.

Вариант II

1. Вычислить:

   1) $\log_3 \frac{1}{27}$; 2) $\left(\frac{1}{3}\right)^{2\log_{\frac{1}{3}} 7}$; 3) $\log_2 56 + 2\log_2 12 - \log_2 63$.

2. В одной системе координат схематически построить графики функций $y = \log_4 x$ и $y = 4^x$.

3. Сравнить числа $\log_{0,9} 1\frac{1}{2}$ и $\log_{0,9} 1\frac{1}{3}$.

4. Решить уравнение $\log_4(2x + 3) = 3$.

5. Решить неравенство $\log_5(x - 3) < 2$.

---

6. Решить уравнение $\log_3(x - 8) + \log_3 x = 2$.

7. Решить уравнение $\log_{\sqrt{3}} x + \log_9 x = 10$.

8. Решить неравенство $\log_2^2 x - 3\log_2 x \leqslant 4$.

Контрольная работа № 5

Вариант I

1. Вычислить:
   1) $\cos 765°$; 2) $\sin \frac{19\pi}{6}$.
2. Вычислить $\sin\alpha$, если $\cos\alpha = \frac{5}{13}$ и $-6\pi < \alpha < -5\pi$.
3. Упростить выражение:
   1) $\sin(\alpha+\beta) + \sin(\alpha-\beta)$; 2) $\dfrac{\cos(\pi-\alpha) + \cos\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)}{1 + 2\cos(-\alpha)\sin(-\alpha)}$.

---

4. Решить уравнение:
   1) $2\cos\frac{x}{2} = 1 + \cos x$;
   2) $\sin\left(\frac{\pi}{2} - 3x\right)\cos 2x - 1 = \sin 3x \cos\left(\frac{3\pi}{2} - 2x\right)$.
5. Доказать тождество $\cos 4\alpha + 1 = \frac{1}{2}\sin 4\alpha(\operatorname{ctg}\alpha - \operatorname{tg}\alpha)$.

Вариант II

1. Вычислить:
   1) $\sin 765°$; 2) $\cos \frac{19\pi}{6}$.
2. Вычислить $\cos\alpha$, если $\sin\alpha = 0{,}3$ и $-\frac{7\pi}{2} < \alpha < -\frac{5\pi}{2}$.
3. Упростить выражение:
   1) $\cos(\alpha-\beta) - \cos(\alpha+\beta)$; 2) $\dfrac{\cos\left(\frac{3\pi}{2}-\alpha\right) + \cos(\pi+\alpha)}{2\sin\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right)\cos(-\alpha) + 1}$.

---

4. Решить уравнение:
   1) $2\sin\frac{x}{2} = 1 - \cos x$;
   2) $\cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right)\cos 3x - \cos(\pi - x)\sin 3x = -1$.
5. Доказать тождество $(\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{ctg}\alpha)(1 - \cos 4\alpha) = 4\sin 2\alpha$.

Контрольная работа № 6

Вариант I

1. Решить уравнение:
   1) $\sqrt{2}\cos x - 1 = 0$; 2) $3\,\mathrm{tg}\,2x + \sqrt{3} = 0$.
2. Найти решение уравнения $\sin\frac{x}{3} = -\frac{1}{2}$ на отрезке $[0;\ 3\pi]$.
3. Решить уравнение:
   1) $3\cos x - \cos^2 x = 0$;
   2) $6\sin^2 x - \sin x = 1$; 3) $4\sin x + 5\cos x = 4$;
   4) $\sin^4 x + \cos^4 x = \cos^2 2x + \frac{1}{4}$.

Вариант II

1. Решить уравнение:
   1) $\sqrt{2}\sin x - 1 = 0$; 2) $\mathrm{tg}\frac{x}{2} - \sqrt{3} = 0$.
2. Найти решение уравнения $\cos\frac{x}{2} = \frac{1}{2}$ на отрезке $[0;\ 4\pi]$.
3. Решить уравнение:
   1) $\sin^2 x - \sin x = 0$;
   2) $10\cos^2 x + 3\cos x = 1$; 3) $5\sin x + \cos x = 5$;
   4) $\sin^4 x + \cos^4 x = \sin^2 2x - \frac{1}{2}$.