

К-1**Вариант 1**

1. Точки A , C , M и P лежат в плоскости α , а точка $B \notin \alpha$ (рис. 66). Постройте точку пересечения прямой MP с плоскостью ABC . Поясните.

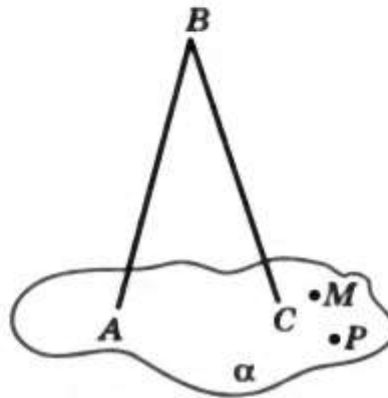


Рис. 66

2. Треугольники ABC и ADC лежат в разных плоскостях и имеют общую сторону AC . Точка E лежит на стороне AB , а точка F — на стороне BC , причем EF параллельна плоскости ADC , точка P — середина AD , а точка K — середина DC .
- 1) Докажите, что $EF \parallel PK$.
 - 2) Каково взаимное расположение прямых PK и AB ? Чему равен угол между этими прямыми, если $\angle ABC = 40^\circ$ и $\angle BCA = 80^\circ$?
3. Плоскости α и β пересекаются по прямой m . Прямая a лежит в плоскости α . Каково возможное взаимное расположение прямой a и плоскости β ? Сделайте рисунок и поясните.
- 4*. Используя рисунок 67, постройте линию пересечения плоскости EFM с плоскостью α . Поясните.

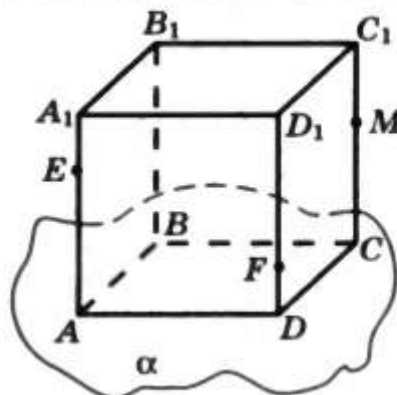


Рис. 67

1. Точки A и B лежат в плоскости α , а точка C — в плоскости β (рис. 68). Постройте линии пересечения плоскости ABC с плоскостями α и β . Поясните.

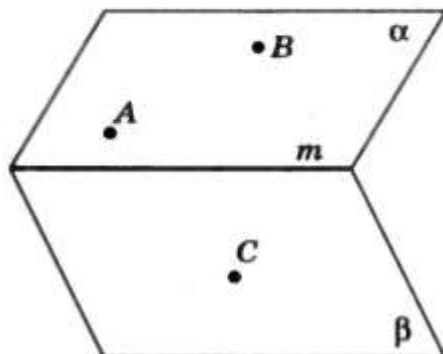


Рис. 68

2. Треугольники ABC и DCE лежат в разных плоскостях и имеют общую вершину C , $AB \parallel DE$.
- 1) Постройте линию пересечения плоскостей ABC и DCE . Поясните.
 - 2) Каково взаимное расположение прямых AB и DF , где точка F лежит на стороне CE ? Чему равен угол между этими прямыми, если $\angle FED = 60^\circ$ и $\angle DFE = 100^\circ$? Поясните.
3. Прямая a параллельна плоскости α , точка M и прямая c лежат в плоскости α ($M \notin c$). Через точку M проведена прямая b , параллельная a . Каково взаимное расположение прямых b и c ? Поясните.
- 4*. Плоскости α и β пересекаются по прямой m (рис. 69). Прямая AB лежит в плоскости α , а CD — в плоскости β . Что нужно изменить в условии, чтобы прямые EF и MK были параллельными? Поясните.

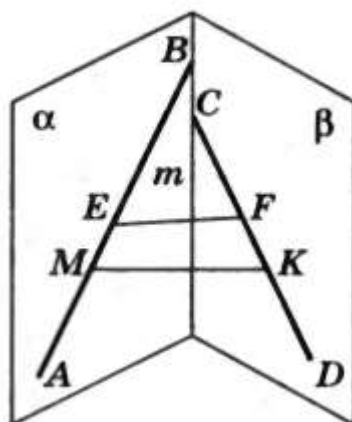


Рис. 69

1. Параллелограммы $ABCD$ и $ADFE$ лежат в разных плоскостях и имеют общую сторону AD . Прямая m , параллельная BC , пересекает плоскости ABE и DCF соответственно в точках H и P . Докажите, что $HPFE$ — параллелограмм.
2. Плоскости α и β параллельны, $a \parallel a_1$ (рис. 74). Прямая a пересекает плоскости α и β соответственно в точках A и B , а прямая a_1 пересекает плоскость α в точке A_1 . Постройте точку пересечения a_1 с плоскостью β . Поясните.

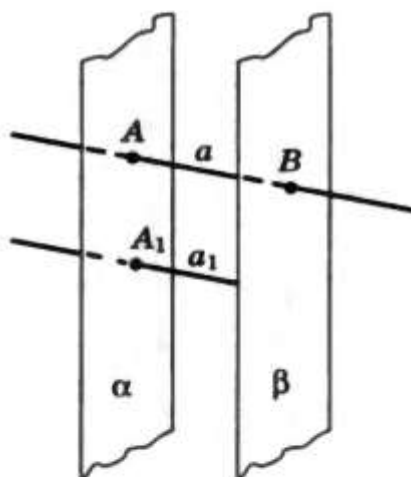


Рис. 74

3. В тетраэдре $DABC$ $\angle DBA = \angle DBC = 90^\circ$, $DB = 6$, $AB = BC = 8$, $AC = 12$. Постройте сечение тетраэдра плоскостью, проходящей через середину DB и параллельной плоскости ADC . Найдите площадь сечения.
- 4*. Постройте сечение параллелепипеда плоскостью, проходящей через точки E и F параллельно прямой a (рис. 75).

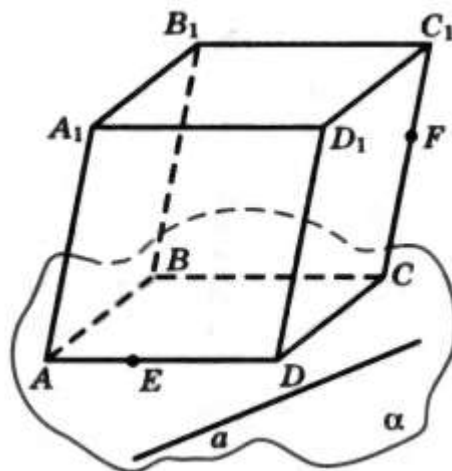


Рис. 75

1. Вне плоскости α расположен треугольник ABC , у которого медианы AA_1 и BB_1 параллельны плоскости α . Через вершины B и C треугольника проведены параллельные прямые, которые пересекают плоскость α соответственно в точках E и F . Докажите, что $ECBF$ — параллелограмм.
2. Плоскости α и β параллельны (рис. 76). Прямая a пересекает плоскости α и β соответственно в точках A и B , а прямая b — в точках C и D . Найдите взаимное расположение прямых a и b . Поясните.

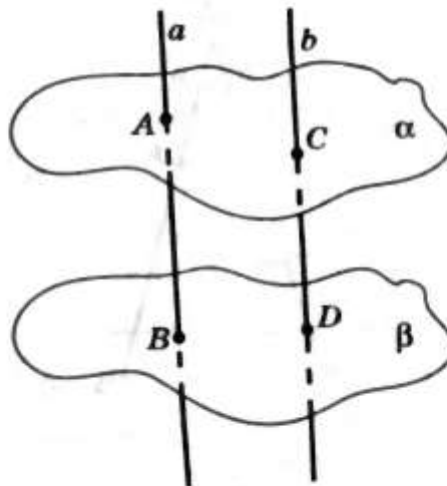


Рис. 76

3. Все грани параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ — квадраты со стороной a . Через середину ребра AD параллельно плоскости $DA_1 B_1$ проведена плоскость. Найдите периметр сечения.
- 4*. Постройте сечение тетраэдра плоскостью, проходящей через точки C и K параллельно прямой a (рис. 77).

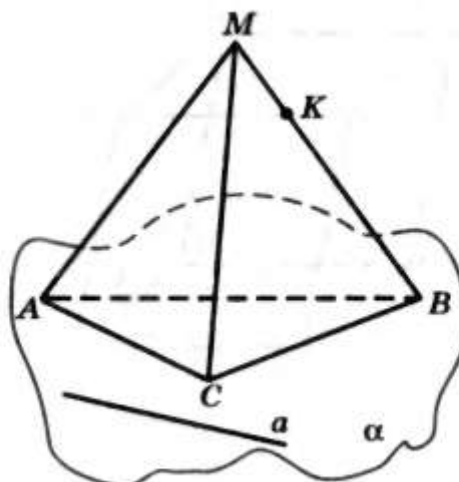


Рис. 77

К-3**Вариант 1**

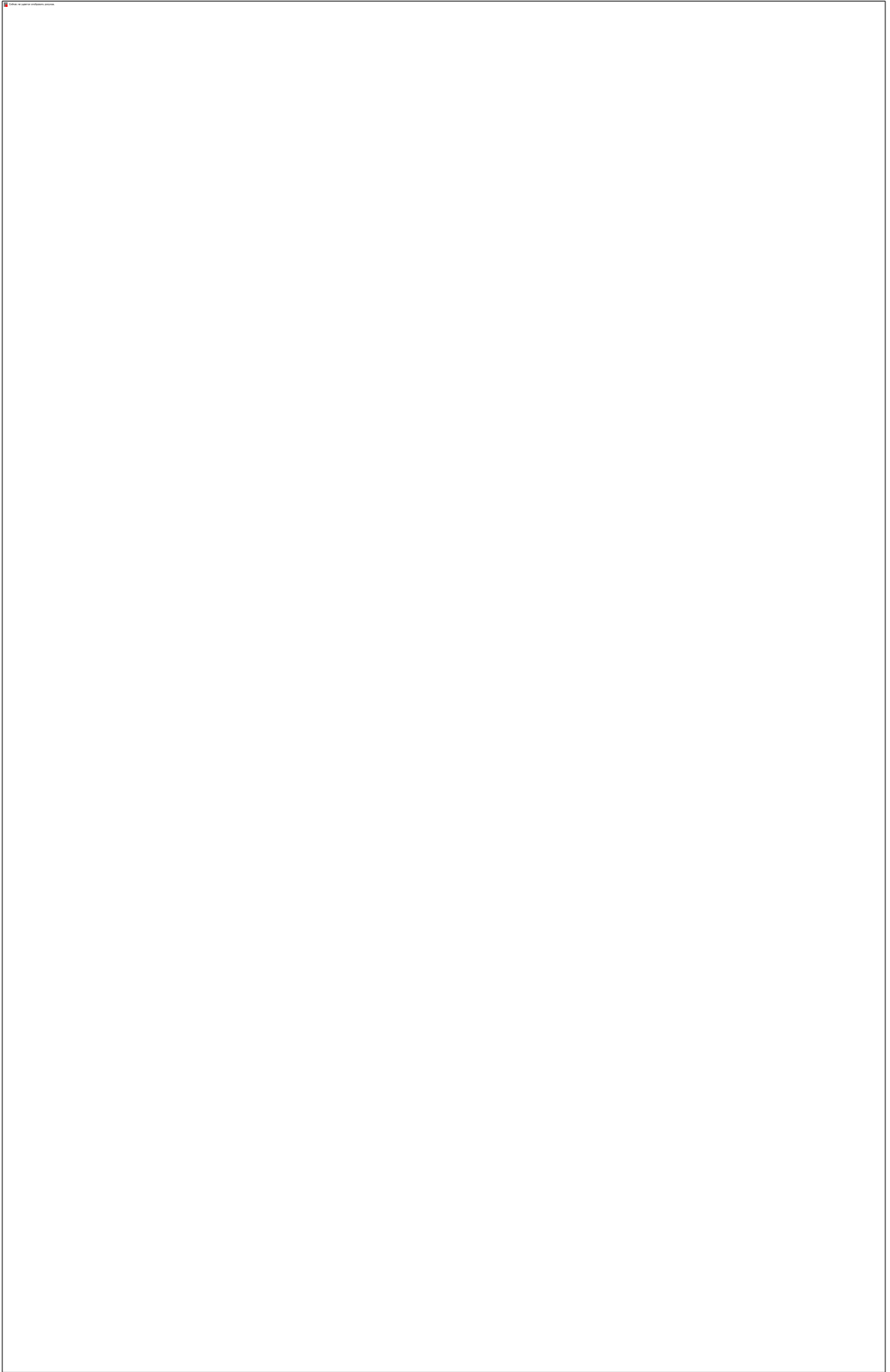
1. В треугольнике ABC $AC = CB = 10$ см, $\angle A = 30^\circ$, BK — перпендикуляр к плоскости треугольника, равный $5\sqrt{6}$ см. Найдите расстояние от точки K до AC .
 2. Точка M равноудалена от всех вершин равнобедренного прямоугольного треугольника ACB ($\angle C = 90^\circ$), $AC = BC = 4$ см. Расстояние от точки M до плоскости треугольника равно $2\sqrt{3}$ см.
 - 1) Докажите, что плоскость AMB перпендикулярна плоскости ABC .
 - 2) Какой угол плоскость BMC составляет с плоскостью ABC ?
 - 3) Найдите угол между MC и плоскостью ABC .
 - 3*. Найдите расстояние от точки E — середины стороны AC до плоскости BMC .
-

К-3**Вариант 2**

1. Через сторону AC треугольника ABC проведена плоскость α , удаленная от вершины B на расстояние, равное 4 см, $AC = BC = 8$ см, $\angle ABC = 22^\circ 30'$. Найдите угол между плоскостями ABC и α .
 2. $ABCD$ — квадрат со стороной, равной 4 см. Треугольник AMB имеет общую сторону AB с квадратом, $AM = BM = 2\sqrt{6}$ см. Плоскости треугольника и квадрата взаимно перпендикулярны.
 - 1) Докажите, что $BC \perp AM$.
 - 2) Найдите угол между MC и плоскостью квадрата.
 - 3*. Найдите расстояние от точки A до плоскости DMC .
-

К-3**Вариант 3**

1. $ABCD$ — ромб со стороной 4 см, $\angle ADC = 150^\circ$, BM — перпендикуляр к плоскости ромба, равный $2\sqrt{3}$ см. Найдите расстояние от точки M до AD .
- 2*. Точка M равноудалена от всех сторон правильного треугольника ABC , сторона которого равна 4 см. Расстояние от точки M до плоскости ABC равно 2 см.
 - 1) Докажите, что плоскость AMO перпендикулярна плоскости BMC (O — основание перпендикуляра, опущенного из точки M на плоскость ABC).
 - 2) Найдите угол между плоскостью BMC и плоскостью ABC .
 - 3) Найдите угол между MC и плоскостью ABC .
- 3*. Точка E принадлежит AC , причем $AE : EC = 2 : 1$. Найдите расстояние от точки E до плоскости BMC .



К-5

Вариант 2

1. $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ — параллелепипед. Изобразите на рисунке векторы, равные:

1) $\overrightarrow{B_1 C_1} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CC_1} + \overrightarrow{B_1 A_1}$;

2) $\overrightarrow{DC} - \overrightarrow{CB_1}$.

К-6**Вариант 1**

В треугольнике ABC $AB = 14$, $BC = 13$, $AC = 15$ (рис. 82). Найдите:

- 1) высоту, проведенную к стороне AC ;
- 2) косинус угла A ;
- 3) синус угла B ;
- 4) тангенс угла C ;
- 5) радиус описанной окружности;
- 6) радиус вписанной окружности;
- 7) медиану, проведенную к стороне BC ;
- 8) биссектрису, проведенную из вершины C .

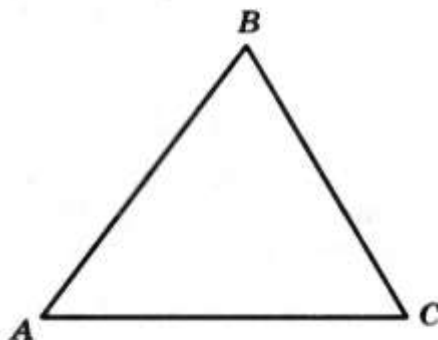


Рис. 82

К-6**Вариант 2**

В треугольнике ABC высоты, проведенные к сторонам AC , BC и AB , соответственно равны 15, 35 и 21 (рис. 83). Найдите:

- 1) площадь треугольника;
- 2) сторону AB ;
- 3) сторону BC ;
- 4) сторону AC ;
- 5) радиус описанной окружности;
- 6) радиус вписанной окружности;
- 7) медиану, проведенную к стороне BC ;
- 8) биссектрису, проведенную из вершины B .

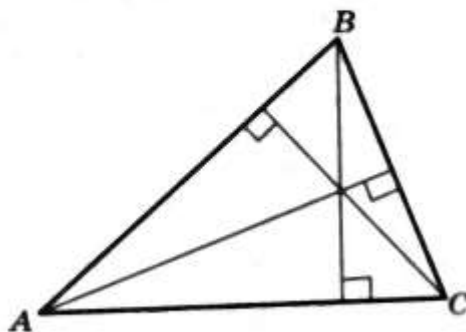


Рис. 83